Petrovskiy Academy of Sciences and Arts (PASA)

Department of social technologies and public safety

Institute of the formation of the adult

Laboratory of public education

Herald of the institute of the formation of the adult of the Petrovskiy Academy of Sciences and Arts of № 2 dated January 31, 2010

Editor in chief Peter Ivanovich Yunatskevich,
the doctor of pedagogical sciences,
the academician of PASA, director IFA PASA

www.iovpani.spb.ru

Collection of scientific works for public education

St. Petersburg
2010

Петровская академия наук и искусств
(ПАНИ)

Отделение социальных технологий и общественной безопасности
(ОСБ ПАНИ)

Институт образования взрослых
(ИОВ ПАНИ)

Лаборатория народного просвещения

Вестник Института образования взрослых
Петровской академии наук и искусств
№ 2 от 31 января 2010 года

Главный редактор
Петр Иванович Юнацкевич, доктор педагогических наук
академик ПАНИ,
Директор ИОВ ПАНИ

www.iovpani.spb.ru

Сборник научных трудов для народного просвещения

Санкт-Петербург
2010

Содержание

Sevryuk Vladimir Petrovich

INTERRELATION OF THE NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR DECISIONS DISTRIBUTION OF FERMION AND BOSONS AND FLUCTUATIONS……3

Севрюк Владимир Петрович

ВЗАИМОСВЯЗЬ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ РЕШЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИОНОВ И БОЗОНОВ И ФЛУКТУАЦИИ……...11

Севрюк Владимир Петрович
К ЕДИНОЙ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ МАТЕРИИ……29

Ключевые слова: *бозоны, фермионы, нелинейность, уравнения, распределение.*

УДК 536.42 + 536.75.

Sevryuk Vladimir Petrovich

INTERRELATION OF THE NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR DECISIONS DISTRIBUTION OF FERMION AND BOSONS AND FLUCTUATIONS

Приморский институт железнодорожного транспорта – филиал Дальневосточного государственного университета путей сообщения в г. Уссурийске, Россия.
E-mail: anna_svr@mail.ru.

Sevryuk Vladimir Petrovich

INTERRELATION OF THE NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR DECISIONS DISTRIBUTION OF FERMION AND BOSONS AND FLUCTUATIONS

I

In the quantum mechanics the nonlinear differential equations describing distribution of an average of particles fermions and bosons on power levels are entered. The nonlinear differential equations describing fluctuations of fermions and bosons at the appropriate power levels are entered also.

Between the given equations is established the interrelation by means of the display, allowing to find generalized decisions of one equations under the known generalized decisions of other equations.

В квантовую механику вводятся нелинейные дифференциальные уравнения, описывающие распределение среднего числа частиц фермионов и бозонов по энергетическим уровням. Введены и нелинейные дифференциальные уравнения, описывающие флуктуации фермионов и бозонов на соответствующих энергетических уровнях.

Между данными уравнениями установлена взаимосвязь посредством отображения, позволяющего находить обобщенные решениях одних уравнений по известным обобщенным решениям других уравнений.

Let's consider two of kinds nonlinear differential the equations [1], [2], [3] (such as equation Burgers J. M. [4], describing distribution on power levels accordingly

fermions

$$b\frac{\partial<n_k^{\phi}>}{\partial\varepsilon_k}+2a<n^{\phi}{}_k>\frac{\partial<n_k^{\phi}>}{\partial\mu}=-\theta\frac{\partial^2<n_k^{\phi}>}{\partial\mu^2}\quad , \qquad (1)$$

bosons

$$-b\frac{\partial<n_k^{\sigma}>}{\partial\varepsilon_k}+2a<n^{\sigma}{}_k>\frac{\partial<n_k^{\sigma}>}{\partial\mu}=\theta\frac{\partial^2<n_k^{\sigma}>}{\partial\mu^2}\quad , \qquad (2)$$

where, $\left\langle n_{\kappa}^{\phi}\right\rangle$ an average fermions $\left\langle n_{\kappa}^{\sigma}\right\rangle$ and an average bosons on *k* a power level, ε_k - energy of a particle on *k* a power level, θ thermodynamic temperature, *a* - a constant describing intensity of nonlinear interaction, μ chemical potential.

Let's remind, that for fermions the chemical potential can be both positive, and negative, and at zero temperature the potential is positive and defines(determines) boundary Fermi energy and degenerated temperature. For bosons the chemical potential is always negative. If there is a thermodynamic balance (and the number of particles in system is not fixed) balance is characterized by equality to zero of chemical potential.

For decisions of the given nonlinear differential equations we shall search satisfying a condition:

$$\frac{\partial<n_k>}{\partial\mu}=-\frac{\partial<n_k>}{\partial\varepsilon_k} \qquad (3)$$

Once we integrate the equations (1) and (2). In a class of decisions of the equation (3) equations (1) and (2) are reduced to a kind accordingly:

for fermions

$$\theta\frac{\partial<n_k^{\phi}>}{\partial\mu}=-a<n_k^{\phi}>^2+<n_k^{\phi}>+C, \qquad (4)$$

for bosons

$$\theta\frac{\partial<n_k^{\sigma}>}{\partial\mu}=a<n_k^{\sigma}>^2+<n_k^{\sigma}>+C, \qquad (5)$$

where *C* - a constant of integration.

$$\overline{\Delta<n_k>^2}$$

As measure of fluctuations the size [5] which is defined(determined) through an average of particles <*nk*> as follows acts:

$$\overline{\Delta < n_k >^2} = U_k = \theta \frac{\partial < n_k >}{\partial \mu} = - \theta \frac{\partial < n_k >}{\partial \varepsilon_k} . \qquad (6)$$

Then we have accordingly:
for fermions

$$\overline{\Delta < n_k >^2} = - a < n_k^{\phi} >^2 + < n_k^{\phi} > + C , \qquad (7)$$

for bosons

$$\overline{\Delta < n_k >^2} = a < n_k^{б} >^2 + < n_k^{б} > + C , \qquad (8)$$

Decisions of the specified nonlinear differential equations variety, for example:

$$< Бn_k^{\phi} > = \frac{1}{2a}[1 - \sqrt{1 + 4aC}\, th\sqrt{1 + 4aC}\, \frac{\Xi^-}{2}], \qquad (9)$$

$$< n_k^{\phi} > = \frac{1}{2a}[1 - \sqrt{1 + 4aC}\, Cth\sqrt{1 + 4aC}\, \frac{\Xi^-}{2}], \qquad (10)$$

$$< n_k^{б} > = \frac{1}{2a}[-1 + \sqrt{1 - 4aC}\, Cth\sqrt{1 - 4aC}\, \frac{\Xi^-}{2}], C < \frac{1}{4a} \qquad (11)$$

$$< n_k^{б} > = \frac{1}{2a}[-1 + \sqrt{4aC - 1}\, Ctg\sqrt{4aC - 1}\, \frac{\Xi^-}{2}] , \quad C > \frac{1}{4a} , \qquad (12)$$

where $\Xi^- = \frac{\varepsilon_к - \mu}{\theta}$. Have received the generalized functions of distribution fermions and bosons on power levels, probably and such representation $\Xi^- = \frac{\varepsilon_к - \mu \pm \varphi(x,t)}{\theta}$, where $\varphi(x,t)$ - potential of external fields.

Let's write down the equations (4) and (5) as:
or fermions

$$\theta \frac{\partial < n_k^{\phi} >}{\partial \mu} = - a < n_k^{\phi} >^2 + < n_k^{\phi} > - C , \qquad (13)$$

for bosons

$$\theta \frac{\partial < n_k^{б} >}{\partial \mu} = a < n_k^{б} >^2 + < n_k^{б} > - C . \qquad (14)$$

Then are possible(probable) and the following decisions for distribution on power levels of an average fermions and fermions accordingly:

$$< n_k^{\phi} > = \frac{1}{2a}[1 - \sqrt{1 - 4aC}\, th\sqrt{1 - 4aC}\,\frac{\Xi^-}{2}], \qquad C < \frac{1}{4a}\ , \tag{15}$$

$$< n_k^{\phi} > = \frac{1}{2a}[1 + \sqrt{4aC - 1}\, tg\sqrt{4aC - 1}\,\frac{\Xi^-}{2}], \qquad C > \frac{1}{4a}\ , \tag{16}$$

$$< n_k^{\sigma} > = \frac{1}{2a}[-1 + \sqrt{4aC + 1}\, th\sqrt{4aC + 1}\ \frac{\Xi^-}{2}]\ , \tag{17}$$

$$< n_k^{\sigma} > = \frac{1}{2a}[-1 + \sqrt{4aC + 1}\, Cth\sqrt{4aC + 1}\ \frac{\Xi^-}{2}]\ , \tag{18}$$

Let's apply to the given decisions display (6). We receive

$$U_k^{\phi} = \frac{1}{4a}(4aC + 1)\, sch^2\sqrt{4aC + 1}\,\frac{\Xi^-}{2}, \tag{19}$$

$$U_k^{\phi} = -\frac{1}{4a}(4aC + 1)\, csch^2\sqrt{4aC + 1}\,\frac{\Xi^-}{2}, \tag{20}$$

$$U_k^{\sigma} = \frac{1}{4a}(1 - 4aC)\,\mathrm{csc}\,h^2\sqrt{1 - 4aC}\,\frac{\Xi^-}{2}, \qquad \mathrm{C} < \frac{1}{4}, \tag{21}$$

$$U_k^{\sigma} = \frac{1}{4a}(4aC - 1)\, csc^2\sqrt{4aC - 1}\,\frac{\Xi^-}{2}, \qquad \mathrm{C} > \frac{1}{4a}, \tag{22}$$

$$U_k^{\phi} = \frac{1}{4a}(1 - 4aC)\, sch^2\sqrt{1 - 4aC}\,\frac{\Xi^-}{2}, \qquad \mathrm{C} < \frac{1}{4a}, \tag{23}$$

$$U_k^{\phi} = -\frac{1}{4a}(4aC - 1)\, sc^2\sqrt{4aC - 1}\,\frac{\Xi^-}{2}, \qquad \mathrm{C} > \frac{1}{4a}, \tag{24}$$

$$U_k^{\sigma} = -\frac{1}{4a}(4aC + 1)\, sch^2\sqrt{4aC + 1}\,\frac{\Xi^-}{2}, \tag{25}$$

$$U_k^{\sigma} = \frac{1}{4a}(4aC + 1) csch^2\sqrt{4aC + 1}\,\frac{\Xi^-}{2}. \tag{26}$$

The given functions satisfy following nonlinear differential the equations (which within the framework of a condition (3) follow from the equations such as equation Korteweg D. J. and de Vries G. [6] accordingly:

for fermions

$$-(1 - 4aC)U_k^{\phi} - 6aU_k^{\phi 2} = \theta^2\frac{\partial^2 U_k^{\phi}}{\partial\mu^2} \tag{27}$$

for bosons

$$-(1 - 4aC)U_k^{\sigma} + 6aU_k^{\sigma 2} = \theta^2\frac{\partial^2 U_k^{\sigma}}{\partial\mu^2} \tag{28}$$

or

for fermions

$$-(1+4aC)U_k^{\phi} - 6aU_k^{\phi 2} = \theta^2 \frac{\partial^2 U_k^{\phi}}{\partial \mu^2}$$

(29)

for bosons

$$-(1+4aC)U_k^{\sigma} + 6aU_k^{\sigma 2} = \theta^2 \frac{\partial^2 U_k^{\sigma}}{\partial \mu^2}$$

(30)

The given equations within the framework of a similar condition (3) follow from the nonlinear differential equation such as equation Korteweg D. J. and de Vries G. [6]

$$\frac{\partial f}{\partial x} - 12 f \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} \quad ;$$

Let C = 0 and a = 1. Then from parities(ratio) (7) and (8) it is received known parities(ratio) (see, for example, [5])

Accordingly

for fermions

$$\overline{\Delta < n_k >^2} = - < n_k^{\phi} >^2 + < n_k^{\phi} > \ , \qquad (31)$$

for bosons

$$\overline{\Delta < n_k >^2} = < n_k^{\sigma} >^2 + < n_k^{\sigma} > \ , \qquad (32)$$

We receive also known decisions of the nonlinear equations (1) and (2) (see, for example, [5]), establishing(installing) an average of particles at power levels accordingly:

for fermions (follow from formulas (9) and (15) at C = 0 and a = 1)

$$< n_k{}^{\phi} > = \frac{1}{2}\left[1 - th\frac{1}{2}\Xi^{-} \right] \qquad (33)$$

and for bosons (follow from formulas (11) and (18) at C = 0 and a = 1)

$$< n_k{}^{\sigma} > = \frac{1}{2}\left[-1 + cth\frac{1}{2}\Xi^{-} \right]$$

(34)

Applying to the given decisions of display (6), we receive the elementary functions describing fluctuations of an average of particles at the appropriate power levels

for fermions (follows and from the formula (23) at $C = 0$ and $a = 1$)

$$U_k^{\phi} = \frac{1}{4} sch^2 \frac{1}{2} \Xi^- \tag{35}$$

for bosons (follows and from the formula (21) at $C = 0$ and $a = 1$)

$$U_k^{\sigma} = \frac{1}{4} csch^2 \frac{1}{2} \Xi^- \ . \tag{36}$$

The given functions satisfy to the nonlinear differential equations accordingly (27) - (30) with $C = 0$ and $a = 1$.

Functions (35) and (36) can be presented and in such kind

for fermions

$$<U_k^{\phi}> = \frac{1}{2}\left[1 - th^2 \frac{1}{2} \Xi^- \right] \tag{37}$$

and for bosons

$$<U_k^{\sigma}> = \frac{1}{2}\left[-1 + cth^2 \frac{1}{2} \Xi^- \right] \tag{38}$$

There is also a number(line) of other private(individual) functions describing quantum fluctuations fermions and bosons, the following from system of functions (19) - (26).

At $C = 0$ and $a = 1$, for example,

for fermions

$$<U_k^{\phi}> = \frac{1}{2}\left[1 - cth^2 \frac{1}{2} \Xi^- \right] \tag{39}$$

for bosons

$$<U_k{}^{б}> = \frac{1}{2}\left[-1 + th^{2}\frac{1}{2}\Xi^{-} \right]$$

(40)

If to follow probability theory, $<n_k>$ it is possible to count integrated function of distribution, and $U_{ф,б}$ - differential function of distribution.

As for quantum functions of distribution and the functions describing quantum fluctuations fermions and bosons, the differential equations are entered, it is explained the variety of functions of distribution and the functions describing quantum fluctuations fermions and bosons. Thus, are received and the generalized functions of distribution fermions and bosons and are entered the generalized laws, on which there are fluctuations that has practical value.

Analyzing the generalized decisions of the entered two types of the nonlinear differential equations describing distribution fermions and bosons on power levels and their fluctuation at the appropriate power levels, we come to a conclusion, that initial value *C* and factor of nonlinear intensity *a* influence amplitude of functions of distribution and temperature of system thus

$$\theta' = \frac{\theta}{\sqrt{1-4aC}} \quad ,$$

(41)

$$\theta' = \frac{\theta}{\sqrt{1+4aC}} \quad ,$$

(42)

$$\theta' = \frac{\theta}{\sqrt{4aC-1}} \quad .$$

(43)

At $C = 0$ it is received, that the factor *a* influences only amplitude of functions of distribution and fluctuations. Thus expressions (41) and (42) result to value $\theta' = \theta$, and expression (43) results in imaginary temperature $\theta' = i\theta$.

So, display (6) establishes interrelation between the nonlinear equations (1) both (2) and the nonlinear equations (27) - (30). It allows to find decisions of the nonlinear differential equations (27) - (30) by means of the given display (6) on the basis of decisions of the equations (1) and (2), not resorting to the direct decision of the equations (27) - (30), as it is shown in present article.

BIBLIOGRAPHY LIST

1. Севрюк А. В. Обобщенные функции распределения для фермионов и бозонов, Деп. в ВИНИТИ АН СССР, №720-В90, 1990, 10 с.

2. Севрюк А.В.,Севрюк В.П. Описание флуктуаций фермионов и бозонов нелинейными уравнениями. Деп. в ВИНИТИ АН СССР, №1906-В90, 15 с.

3. Севрюк А. В., Севрюк В.П. Упорядоченные нелинейные флуктуации числа фермионов и бозонов/XXXIII Всесоюзная межвузовская научно-техническая конференция. Тезисы докладов, т.1, часть 2. – Владивосток: ТООВВМУ им. С.О.Макарова, 1990, с.112-113.

4. Burgers J. M. A mathematical model illustrating the theory of turbulence//Adv. Appl. Mech.,Vol. 1, 1948, p.171.

5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.Статистическая физика. Изд. 2-е перераб., –М.: Наука, 1964, 567 с.

6. Korteweg D. J. and de Vries G. On tye change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type on long stationary waves. Philos. Mag. Ser. 5, 39, pp. 422-443.

УДК 536.42 + 536.75.

Севрюк Владимир Петрович

ВЗАИМОСВЯЗЬ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ИХ РЕШЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЕРМИОНОВ И БОЗОНОВ И ФЛУКТУАЦИИ

Приморский институт железнодорожного транспорта – филиал Дальневосточного государственного университета путей сообщения в г. Уссурийске, Россия. E-mail: anna_svr@mail.ru

В квантовую механику вводятся нелинейные дифференциальные уравнения, описывающие распределение среднего числа частиц фермионов и бозонов по энергетическим уровням. Введены и нелинейные дифференциальные уравнения, описывающие флуктуации фермионов и бозонов на соответствующих энергетических уровнях.

Между данными уравнениями установлена взаимосвязь посредством отображения, позволяющего находить обобщенные решениях одних уравнений по известным обобщенным решениям других уравнений.

Sevryuk Vladimir Petrovich

INTERRELATION OF THE NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR DECISIONS DISTRIBUTION OF FERMION AND BOSONS AND FLUCTUATIONS

In the quantum mechanics the nonlinear differential equations describing distribution of an average of particles фермионов and бозонов on power levels are entered. The nonlinear differential equations describing fluctuations of fermions and bosons at the appropriate power levels are entered also.

Between the given equations is established the interrelation by means of the display, allowing to find generalized decisions of one equations under the known generalized decisions of other equations.

Рассмотрим два вида нелинейных дифференциальных уравнений [1], [2], [3] (типа уравнения Бюргерса (Burgers J. M.[4]), описывающих распределение по энергетическим уровням, соответственно

фермионов

$$b\frac{\partial<n_k^{\phi}>}{\partial\varepsilon_k}+2a<n^{\phi}{}_k>\frac{\partial<n_k^{\phi}>}{\partial\mu}=-\theta\frac{\partial^2<n_k^{\phi}>}{\partial\mu^2}\quad , \qquad (1)$$

бозонов

$$-b\frac{\partial<n_k^{б}>}{\partial\varepsilon_k}+2a<n^{б}{}_k>\frac{\partial<n_k^{б}>}{\partial\mu}=\theta\frac{\partial^2<n_k^{б}>}{\partial\mu^2},$$

(2)

где, $< n_k^{ф} >$ - среднее число фермионов и $< n_k^{б} >$ - среднее число бозонов на k энергетическом уровне, ε_k - энергия частицы на k энергетическом уровне, θ - термодинамическая температура, a – постоянная, характеризующая интенсивность нелинейного взаимодействия, μ - химический потенциал.

Напомним, что для фермионов химический потенциал может быть как положительным, так и отрицательным, и при нулевой температуре потенциал положителен и определяет граничную Ферми энергию и вырожденную температуру. Для бозонов химический потенциал всегда отрицателен. Если существует термодинамическое равновесие (и число частиц в системе не фиксировано), то равновесие характеризуется равенством нулю химического потенциала.

Решения данных нелинейных дифференциальных уравнений будем искать удовлетворяющими условию:

$$\frac{\partial < n_k >}{\partial\mu}=-\frac{\partial < n_k >}{\partial\varepsilon_k}.$$

(3)

Один раз интегрируем уравнения (1) и (2). В классе решений уравнения (3) уравнения (1) и (2) сводятся к виду соответственно:

для фемионов

$$\theta\frac{\partial < n_k^{ф} >}{\partial\mu}=-a< n_k^{ф} >^2+< n_k^{ф} >+C,$$

(4)

для бозонов

$$\theta\frac{\partial < n_k^{б} >}{\partial\mu}=a< n_k^{б} >^2+< n_k^{б} >+C,$$

(5)

где C – постоянная интегрирования.

Мерой флуктуаций выступает величина $\overline{\Delta < n_k >^2}$ [5], которая определяется через среднее число частиц $< n_k >$ следующим образом:

$$\overline{\Delta < n_k >^2}=U_k=\theta\frac{\partial < n_k >}{\partial\mu}=-\theta\frac{\partial < n_k >}{\partial\varepsilon_k}$$

(6)

Тогда имеем соответственно:

для фермионов

$$\overline{\Delta < n_k >^2}=-a< n_k^{ф} >^2+< n_k^{ф} >+C,$$

(7)

для бозонов

$$\overline{\Delta < n_k >^2} = a < n_k^{б} >^2 + < n_k^{б} > + C.$$

(8)

Решений указанных нелинейных дифференциальных уравнений многообразие, например:

$$< n_k^{ф} > = \frac{1}{2a}[1 - \sqrt{1 + 4aC}\, th\sqrt{1 + 4aC}\, \frac{\Xi^-}{2}],$$

(9)

$$< n_k^{ф} > = \frac{1}{2a}[1 - \sqrt{1 + 4aC}\, Cth\sqrt{1 + 4aC}\, \frac{\Xi^-}{2}],$$

(10)

$$< n_k^{б} > = \frac{1}{2a}[-1 + \sqrt{1 - 4aC}\, Cth\sqrt{1 - 4aC}\, \frac{\Xi^-}{2}], C < \frac{1}{4a}$$

(11)

$$< n_k^{б} > = \frac{1}{2a}[-1 + \sqrt{4aC - 1}\, Ctg\sqrt{4aC - 1}\, \frac{\Xi^-}{2}], C > \frac{1}{4a},$$

(12)

где $\Xi^- = \frac{\varepsilon_к - \mu}{\theta}$. Получили обобщенные функции распределения фермионов и бозонов по энергетическим уровням. Возможно и такое представление $\Xi^- = \frac{\varepsilon_к - \mu \pm \varphi(x,t)}{\theta}$, где $\varphi(x,t)$ - потенциал внешних полей.

Запишем уравнения (4) и (5) в виде:

для фермионов

$$\theta \frac{\partial < n_k^{ф} >}{\partial \mu} = -a < n_k^{ф} >^2 + < n_k^{ф} > - C,$$

(13)

для бозонов

$$\theta \frac{\partial < n_k^{б} >}{\partial \mu} = a < n_k^{б} >^2 + < n_k^{б} > - C,$$

(14)

Тогда возможны и следующие решения для распределения по энергетическим уровням среднего числа фермионов и бозонов соответственно:

$$< n_k^{ф} > = \frac{1}{2a}[1 - \sqrt{1 - 4aC}\, th\sqrt{1 - 4aC}\, \frac{\Xi^-}{2}], C < \frac{1}{4a},$$

(15)

$$< n_k^{\phi} > = \frac{1}{2a}[1 + \sqrt{4aC-1}\, tg\sqrt{4aC-1}\,\frac{\Xi^-}{2}], C > \frac{1}{4a},$$

(16)

$$< n_k^{\sigma} > = \frac{1}{2a}[-1 + \sqrt{4aC+1}\, th\sqrt{4aC+1}\;\frac{\Xi^-}{2}],$$

(17)

$$< n_k^{\sigma} > = \frac{1}{2a}[-1 + \sqrt{4aC+1}\, Cth\sqrt{4aC+1}\;\frac{\Xi^-}{2}],$$

(18)

Применим к данным решениям отображение (6). Получаем

$$U_k^{\phi} = \frac{1}{4a}(4aC+1)\, sch^2\sqrt{4aC+1}\,\frac{\Xi^-}{2},$$

(19)

$$U_k^{\phi} = -\frac{1}{4a}(4aC+1)\, csch^2\sqrt{4aC+1}\,\frac{\Xi^-}{2},$$

(20)

$$U_k^{\sigma} = \frac{1}{4a}(1-4aC)\,\mathrm{csc}\,h^2\sqrt{1-4aC}\,\frac{\Xi^-}{2}, \mathrm{C} < \frac{1}{4},$$

(21)

$$U_k^{\sigma} = \frac{1}{4a}(4aC-1)\, csc^2\sqrt{4aC-1}\,\frac{\Xi^-}{2}, \mathrm{C} > \frac{1}{4a},$$

(22)

$$U_k^{\phi} = \frac{1}{4a}(1-4aC)\, sch^2\sqrt{1-4aC}\,\frac{\Xi^-}{2}, \mathrm{C} < \frac{1}{4a},$$

(23)

$$U_k^{\phi} = -\frac{1}{4a}(4aC-1)\, sc^2\sqrt{4aC-1}\,\frac{\Xi^-}{2}, \mathrm{C} > \frac{1}{4a},$$

(24)

$$U_k^{\sigma} = -\frac{1}{4a}(4aC+1)\, sch^2\sqrt{4aC+1}\,\frac{\Xi^-}{2},$$

(25)

$$U_k^{\sigma} = \frac{1}{4a}(4aC+1) csch^2\sqrt{4aC+1}\,\frac{\Xi^-}{2}.$$

(26)

Данные функции удовлетворяют следующим нелинейным дифференциальным уравнениям (которые в рамках условия (3) следуют из уравнений типа уравнения Кортевега-де Вриза (Korteweg D. J. and de Vries G. [6]) соответственно:

для фермионов

$$-(1-4aC)U_k^{\phi} - 6aU_k^{\phi 2} = \theta^2 \frac{\partial^2 U_k^{\phi}}{\partial \mu^2}$$

(27)

для бозонов

$$-(1-4aC)U_k^{б} + 6aU_k^{б 2} = \theta^2 \frac{\partial^2 U_k^{б}}{\partial \mu^2}$$

(28)

или

для фермионов

$$-(1+4aC)U_k^{\phi} - 6aU_k^{\phi 2} = \theta^2 \frac{\partial^2 U_k^{\phi}}{\partial \mu^2}$$

(29)

для бозонов

$$-(1+4aC)U_k^{б} + 6aU_k^{б 2} = \theta^2 \frac{\partial^2 U_k^{б}}{\partial \mu^2} \cdot$$

(30)

Данные уравнения в рамках аналогичного условия (3) следуют из нелинейного дифференциального уравнения типа уравнения Кортевега-де Вриза (Korteweg D. J. and de Vries G. [6])

$$\frac{\partial f}{\partial x} - 12 f \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial^3 f}{\partial y^3}$$

Пусть $C = 0$ и $a = 1$. Тогда из соотношений (7) и (8) получаем известные соотношения (см., напр., [5])

соответственно

для фемионов

$$\overline{\Delta < n_k >^2} = - < n_k^{\phi} >^2 + < n_k^{\phi} > ,$$

(31)

для бозонов

$$\overline{\Delta < n_k >^2} = < n_k^{б} >^2 + < n_k^{б} >$$

(32)

Получаем и известные решения нелинейных уравнений (1) и (2) (см., напр., [5]), устанавливающие среднее число частиц на энергетических уровнях соответственно:

для фермионов (следуют из формул (9) и (15) при $C = 0$ и $a = 1$)

$$< n_k^{\phi} > = \frac{1}{2}\left[1 - th\frac{1}{2}\Xi^{-} \right]$$

(33)

и для бозонов(следуют из формул (11) и (18) при $C = 0$ и $a = 1$)

$$< n_k^{б} > = \frac{1}{2}\left[-1 + cth\frac{1}{2}\Xi^{-} \right]$$

(34)

Применяя к данным решениям отображения (6), получаем простейшие функции, описывающие флуктуации среднего числа частиц на соответствующих энергетических уровнях:

для фермионов(следует и из формулы (23) при $C = 0$ и $a = 1$)

$$U_k^{\phi} = \frac{1}{4} sch^2 \frac{1}{2} \Xi^{-} \quad ,$$

(35)

для бозонов(следует и из формулы (21) при $C = 0$ и $a = 1$)

$$U_k^{б} = \frac{1}{4} csch^2 \frac{1}{2} \Xi^{-}$$

(36)

Данные функции удовлетворяют нелинейным дифференциальным уравнениям соответственно

(27) - (30) с $C = 0$ и $a = 1$.

Функции (35) и (36) можно представить и в таком виде

для фермионов

$$< U_k^{\phi} > = \frac{1}{2}\left[1 - th^2\frac{1}{2}\Xi^{-} \right]$$

(37)

и для бозонов

$$< U_k^{б} > = \frac{1}{2}\left[-1 + cth^2\frac{1}{2}\Xi^{-} \right]$$

(38)

Имеется и ряд других частных функций, описывающих квантовые флуктуации фермионов и бозонов, следующих из системы функций (19) – (26)

при $C = 0$ и $a = 1$, например,

для фермионов

$$<U_k{}^{\phi}> = \frac{1}{2}\left[1 - cth^2\frac{1}{2}\Xi^-\right]$$

(39)

и для бозонов

$$<U_k{}^{б}> = \frac{1}{2}\left[-1 + th^2\frac{1}{2}\Xi^-\right]$$

(40)

Если следовать теории вероятностей, то $<n_k>$ можно считать интегральной функцией распределения, а $U_{ф,б}$ - дифференциальной функцией распределения.

Поскольку для квантовых функций распределения и функций, описывающих квантовые флуктуации фермионов и бозонов, введены дифференциальные уравнения, то этим объясняется многообразие функций распределения и функций, описывающих квантовые флуктуации фермионов и бозонов. Таким образом, получены и обобщенные функции распределения фермионов и бозонов и введены обобщенные законы, по которым происходят флуктуации, что имеет практическое значение.

Анализируя обобщенные решения введенных двух типов нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих распределение фермионов и бозонов по энергетическим уровням и их флуктуации на соответствующих энергетических уровнях, приходим к выводу, что начальное значение C и коэффициент нелинейной интенсивности a влияют на амплитуду функций распределения и температуру системы таким образом

$$\theta' = \frac{\theta}{\sqrt{1-4aC}},$$

(41)

$$\theta' = \frac{\theta}{\sqrt{1+4aC}},$$

(42)

$$\theta' = \frac{\theta}{\sqrt{4aC-1}}.$$

(43)

При $C = 0$ получаем, что коэффициент a влияет только на амплитуду функций распределения и флуктуаций. При этом выражения (41) и (42) приводят к значениям $\theta' = \theta$, а выражение (43) приводит к мнимой температуре $\theta' = i\theta$.

Итак, отображением (6) установлена взаимосвязь между нелинейными уравнениями (1) и (2) и нелинейными уравнениями (27) – (30). Это позволяет находить решения нелинейных дифференциальных уравнений (27) – (30) посредством данного отображения (6) на основе решений уравнений (1) и (2), не прибегая к непосредственному решению уравнений (27) – (30), что и продемонстрировано в настоящей статье.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Севрюк А. В. Обобщенные функции распределения для фермионов и бозонов, Деп. в ВИНИТИ АН СССР, №720-В90, 1990, 10 с.
2. Севрюк А.В.,Севрюк В.П. Описание флуктуаций фермионов и бозонов нелинейными уравнениями. Деп. в ВИНИТИ АН СССР, №1906-В90, 15 с.
3. Севрюк А. В., Севрюк В.П. Упорядоченные нелинейные флуктуации числа фермионов и бозонов/XXXIII Всесоюзная межвузовская научно-техническая конференция. Тезисы докладов, т.1, часть 2. – Владивосток: ТООВВМУ им. С.О.Макарова, 1990, с.112-113.
4. Burgers J. M. A mathematical model illustrating the theory of turbulence//Adv. Appl. Mech.,Vol. 1, 1948, p.171.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.Статистическая физика. Изд. 2-е перераб., –М.: Наука, 1964, 567 с.
6. Korteweg D. J. and de Vries G. On tye change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type on long stationary waves. Philos. Mag. Ser. 5, 39, pp. 422-443.

Ключевые слова: *нелинейность, связности, пространства, спиноры.*

УДК 53: 514.75

Севрюк Владимир Петрович

РАССЛОЕННЫЕ ПРОСТРАНСТВА ВНУТРЕННИХ СТЕПЕНЕЙ СВОБОДЫ

Приморский институт железнодорожного транспорта – филиал Дальневосточного государственного университета путей сообщения в г. Уссурийске, Россия, anna_svr@mail.ru

“Пусть сюда
не входит никто, не знающий геометрии”

Надпись над входом в Академию
Платона

Современная физика – физика сложных систем и процессов. Математически корректное построение теорий данных сложных систем и процессов возможно только с привлечением геометрий расслоенных пространств.

Расслоенным пространством $X_{n,N}^{(p)}$ (“пространством опорных элементов” в терминологии Б.Л.Лаптева; “составным пространством” в терминологии В.В. Вагнера) называется (В. И. Близникас) локальное топологическое произведение n-мерного дифференцируемого многообразия X_n и пространства значений N - компонентного дифференциально-геометрического объекта порядка p.

Выделяют пространства *Картана*, *Кавагучи*, *Финслера*, линейных элементов высшего порядка и более общих пространств - пространств тензорных опорных элементов, спиновых пространств и спиновых пространств с тензорным опорным объектом.

В материальном мире реализуются многомерные пространства. С каждой физической системой и с каждым процессом ассоциируются соответствующей структуры пространства. Основатель дифференциального исчисления *Г.В. Лейбниц* писал[18]: *"Если спросят, что такое пространство без тела, то я не колеблясь, отвечу, что я ничего не знаю об этом…"*

В земных условиях, на Солнце и звездах, в межзвездных областях имеются системы и процессы, пространственные отношения которых совпадают с пространственными отношениями геометрии *Эвклида*, *Римана*, *Картана, Кавагучи, Финслера*, линейных элементов высшего порядка и более общих пространств - пространств тензорных опорных элементов, спиновых пространств и спиновых пространств с тензорным опорным объектом.

Введение многомерных пространств возможно во всех разделах физики. Даже в классической механике вводятся многомерные пространства

с искривлением и закручиванием. Так *Э.П. Андреев* пишет[1]: *"…в природе существуют совокупности объектов и явлений, которые характеризуются той или иной геометрией. Естественно, что эти совокупности могут характеризоваться (как, например, система цветов) многомерной геометрией и в силу этого могут быть рассмотрены как многомерные пространства"*.

С.Т.Мелюхин подтверждает эту же мысль[20]: *"Если имеется система с очень большим количеством свойств и взаимосвязанных переменных, то можно прийти к понятию многомерного и даже бесконечномерного пространства"*.

С позиций геометрии изучение физических систем и процессов сводится к изучению пространства, ассоциируемого с данными системами и процессами. В этом случае геометрии выступает в качестве геометрического метода.

Между геометрическими связностями и физическими законами существует соответствие. Если для какой-то физической системы между физическими законами и геометрическими связностями установлено соответствие, то для данной физической системы ставится в соответствие модель геометрического пространства.

Геометрическое моделирование связывается с введением геометрических образов, идей, операций, пространственных форм и отношений, а при рассмотрении отдельных вопросов сохраняется и сама геометрическая форма изложения.

Действия в рамках геометрических, моделей математически корректны и наглядны благодаря пространственным образам, которые вносят геометрии. Геометрическими образами выступает кривая, поверхность, фигуры с различными формами и др.

Геометрии способствуют развитию пространственного способа мышления, поскольку операции проводятся с геометрическими образами.

Геометрия - раздел математики. Других каких-либо геометрий не существует. В этой связи, единство геометрии и физики такое, какое оно существует между физикой и математикой: геометрия имеет дело с многообразием связей, физика же имеет дело только с теми связями, которые реализуются на практике. Можно проводить интерпретацию какого-либо физического раздела исключительно прибегая к геометрическим понятиям и операциям, геометрическим формам и отношениям. При существующей в настоящее время традиционной интерпретации физических вопросов геометрические формы и отношения присутствуют. Они же остаются в основном неизвестными и не используются.

“Физических пространств” не существует. “Физическими пространствами” в принципе можно называть те геометрические пространства, которые близки к пространствам, реализуемым в физике. Те пространства, которые реализуются в физике, мы относим к пространствам внутренних степеней свободы, так как вводятся обобщенные криволинейные координаты, в качестве которых выступают координаты: энергия, энтропия,

внутренняя энергия, электрический потенциал, термодинамический потенциал, тепло и т.д. На количественном уровне физика и геометрия решают одну задачу: по известному значению физической величины (дифференциально-геометрического объекта) в одной точке требуется определить значение этой же физической величины (дифференциально-геометрического объекта) в бесконечно близкой к ней точке.

Геометрии выделяем, так как они вводят общие формы изменения дифференциально-геометрических объектов при наличии тех или иных связей – связностей.

Абсолютные переносы составляющих тензоров и спиноров находятся по формулам:

$$\delta T^{(\alpha)}_{(\beta)} = dT^{(\alpha)}_{(\beta)}\left(\xi^\sigma, \Xi^{(\alpha)}_{(\beta)}\right) + \omega^*_*\left(\xi^\sigma, \Xi^{(\alpha)}_{(\beta)}\right) T^{(\alpha)}_{(\beta)}\left(\xi^\sigma, \Xi^{(\alpha)}_{(\beta)}\right), \qquad (1)$$

где

$$\omega^\alpha_\sigma = L^\alpha_{\sigma\tau}\left(\xi^\sigma, \Xi^{(\alpha)}_{(\beta)}\right) d\xi^\tau + C^{\alpha(\mu)}_{\sigma(\lambda)}\left(\xi^r, \Xi^{(\alpha)}_{(\beta)}\right) \delta\Xi^{(\mu)}_{(\lambda)} -$$

дифференциальная форма;

$$\delta W = dW - \Omega W, \qquad \delta\overline{W} = d\overline{W} + \overline{W}\Omega, \qquad (2)$$

где

$$\Omega = \Gamma_\sigma\left(\xi^\sigma, \Xi^{(\alpha)}_{(\beta)}\right) d\xi^\sigma + C^{(\mu)}_{(\lambda)}\left(\xi^\sigma, \Xi^{(\alpha)}_{(\beta)}\right) d\Xi^{(\lambda)}_{(\mu)} \quad -$$

спиновая дифференциальная форма и Γ_σ, $C^{(\mu)}_{(\lambda)}$ - спиновые связности, $C^{(\mu)}_{(\lambda)}\Xi^{(\lambda)}_{(\mu)} = 0.$ $\Xi^{\alpha_1 \cdots \alpha_p}_{\beta_1 \cdots \beta_q} = \Xi^{(\alpha)}_{(\beta)}$

Геометрическую основу всех физических теорий составляют переносы тензорных и спинорных полей в расслоенном пространстве (1) и (2).

Современная физика - это физика сложных, систем и процессов, к которым можно отнести нелинейные системы; системы, обеспечивающие индуцированное излучение; сильно возбужденные состояния в твердых телах; твердотельные сверхструктуры (гетероструктуры); гидродинамическое пластическое течение в кристалле; высокотемпературную сверхпроводимость; высоко- и низкотемпературную плазму, находящуюся в полях; высокотемпературный и низкотемпературный синтез атомных ядер; высокоэнергетические элементарные частицы, их образования и ансамбли; сверхскоростное течение газовых и металлических струй; системы с большой неоднородностью и анизотропией, находящиеся в сильных полях; процессы-пересечения: электро-механические, спиново-механические, термо-магнитные и многие другие.

Только переносах (1) и (2) возможно построение математически корректных теорий данных систем и процессов.

Так, например, японский математик *А. Кавагучи* показал, что каждая нелинейная система естественным образом порождает более общую геометрию, чем геометрия *Риманова*, а именно, геометрию Финслера и,

таким образом, теория данных нелинейных систем должна строиться в рамках геометрии *Финслера*.

Из всего многообразия изменений дифференциально-геометрического объекта (величин) физика выделяет только те изменения, которые отвечают эксперименту, опыту.

На переносах тензорных и спинорных полей (1) и (2) основываются и дифференциальные уравнения скалярного, спинорного, векторного и более высокого ранга тензорных полей, которые в физике описывают те или иные процессы.

Геометрия позволяет учесть все члены, отражающие взаимодействие в рамках данной геометрической модели, и исключить члены, которые выходят за рамки данной модели.

Одной ковариантной записью не обойтись. Имеется еще и антисимметричная часть связностей (кручение). Эту часть также необходимо учитывать.

Физические законы, которые связываются с кручением, постулируются. Так как метрическая часть также связывается с законами физики, то данные законы могут быть введены (например, методом компенсирующих полей), поскольку метрическая часть связностей меняется не по тензорному закону, то есть в теорию может быть введена теоретико-групповым методом дифференциальной геометрии. Здесь постулируются более фундаментальные принципы, связанные с симметриями (высшими симметриями).

Геометрические структуры, ассоциируемые с линейными и нелинейными дифференциальными уравнениями, порождают решения уравнений, в том числе, обобщенные решения - разрывные поля, ударные волны, солитоны (упругие, электромагнитные, состояния, вероятности...). На этом утверждении строится метод решения дифференциальных уравнений. К нему близко подходит метод *Пуанкаре-Лайтхилла-Го*, в котором в ряд разлагается не только независимая переменная, но и зависимая. Получается система уравнений, с которыми ассоциируются соответствующей структуры геометрические пространства. Процесс уточнения решения связывается с переходом от одних пространств с одной геометрической структурой к пространствам с другой геометрической структурой.

Привлечение геометрических структур в теорию возмущения делает данную теорию математически корректной и наглядной. Здесь действие той иди иной теории регламентируется заданием геометрических структур. Переход от одной физической теории к более совершенной теории, описывающей точнее физические процессы, происходит в соответствии с переходом от пространств с одной структурой к пространствам с другой более сложной структурой.

Геометрии систем дифференциальных уравнений (нелинейных дифференциальных уравнений) связаны с геометриями римановых, финслеровых, картановых и других расслоенных пространств.

С позиции геометрии одни дифференциальные уравнения в физике записываются для составляющих вектора, другие - для составляющих метрического тензора, третьи - для метрической функции и т.д.

Если известны переносы тензорных и спинорных полей, то в отдельных задачах нет надобности составлять уравнения и их решать, так как знание данных переносов уже достаточно для излечения соответствующей физической информации.

Соблюдение первичных геометрических положений делает дальнейшие математические действия строго запрограммированными и ограниченными рамками соответствующей геометрии, а именно, последовательное продолжение уравнения для метрической функции (под этим понимается внешнее дифференцирование и развертывание полученных уравнений по лемме *Картана*) охватывает ковектор (первое дифференциальное продолжение), связности (третье дифференциальное продолжение) и т.д.

Определение геометрического пространства, ассоциируемого с исследуемой системой, сводится к построению фундаментальной последовательности дифференциально-геометрических объектов этого пространства.

Поскольку геометрия – раздел математики то, как любой раздел математики геометрия, может быть использована в любых других науках. Например, элементарная геометрия широко используется во всех разделах физики. Введение метрического тензора способствует введению геометрического исчисления и это исчисление должно иметь силу во всех разделах физики, как, например, интегральное и дифференциальное исчисление имеет силу во всех разделах физики. С помощью метрического тензора поднимаются, опускаются и свертываются индексы дифференциально-геометрических величин (тензоров), находятся их ковариантные производные, определяются составляющие тензоров кривизны и т.д. Но это геометрическое исчисление имеет силу только для однотипных физических связей, заданных, например, дифференциальными уравнениями. Если же, согласно какого-либо отображения, одно дифференциальное уравнение преобразуется в другое дифференциальное уравнение, как, например, нелинейное уравнение *Бюргерса* (*Burgers J. M.*) отображается в уравнение теплопроводности посредством отображения *Хопфа* (*Hopf E*). и *Коула* (*Cole J. D.*), то и метрика должна претерпеть подобное отображение.

Поскольку геометрический подход эффективен во всех разделах физики, так как геометрия объемлет любые отношения и формы, которые возникают при рассмотрении однородных объектов, событий и которые оказываются сходными с обычными пространственными отношения и формами, то данный геометрический подход - мое мнение - будет определять технический прогресс на ближайшие годы.

Например, на основе ковариантного дифференцирования строится нелинейная теория упругости *Т. Дойлем* и *Дж. Эриксеном* из военно-морской

исследовательской лаборатории (Вашингтон). Данное дифференцирование проводится в рамках геометрии *Римана*.

Посредством привлечения геометрий расслоенных пространств стало возможным достаточно простое построение непротиворечивой, ковариантной и динамической теории единого поля материи.

Следующий пример. Существовало мнение, что уравнение *Дирака*, составляющая основу теории массивных фермионных полей,

$$\gamma^{\mu}\frac{\partial\psi}{\partial x^{\mu}} - m\psi = 0$$

не обладает γ_5- симметрией, то есть для него отсутствует инвариантность относительно преобразований

$$\psi \to \psi' = \gamma_5\psi, \quad \text{где} \quad \gamma_5 = i\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4 = -\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix},$$

i - мнимая единица, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ - матрицы *Дирака*.

Так, *Окунь Л.Б.* писал [22]:

«…γ_5- инвариантность играет какую-то существенную роль в природе. Трудность, связанная с γ_5- преобразованием, заключается в том, что уравнение движения свободной спинорной частицы, о б л а д а ю щ е й м а с с о й, γ_5- неинвариантно. Действительно, при γ_5 преобразовании член, пропорциональный массе, в лагранжиане меняет знак:

$$m\bar{\psi}\psi \to -m\bar{\psi}\psi$$

Что означает эта нарушаемая массами инвариантность? На этот вопрос мы пока ответа не имеем».

Но это не так. Имеется квантово-механическое состояние (нелинейное), для которого уравнение *Дирака* γ_5-симметрично. Уравнение *Дирака* получается путем линеаризации уравнения *Клейна-Гордона-Фока*. При этом действии теряются дополнительные члены, за счет которых может быть достигнута γ_5-симметрия. Такими уравнениями могут выступать обобщенные уравнения вида:

$$\gamma^{\mu}\frac{\partial\psi}{\partial x^{\mu}} - mS\psi = 0, \quad \frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x^{\mu}}\gamma^{\mu} + m\bar{\psi}S^{-1} = 0,$$

где

$$S = f\left\{I \pm \gamma_5(I - f^{-2})^{\frac{1}{2}}\right\}, \qquad S^{1} = f\left\{1 \mp \gamma_5(I - f^{-2})^{\frac{1}{2}}\right\} \quad S^{-1}S = SS^{-1} = I,$$

$f = \bar{\psi}(0)\psi(0).,$

При квадрировании данных обобщенных уравнений получается уравнение *Клейна-Городона-Фока*.

Данная теория является нелинейной. Она приводит к сохранению векторного и аксиальновекторного токов и индуцирует бессиловое магнитное поле.

Привлечение геометрий в физику имеет и мировоззренческое значение, так как способствует миропониманию, выяснению внутренней организации системы, ее структурности.

Создается система физико-геометрических взглядов на окружающий мир.

Основы геометрии расслоенных пространств изложены в работах *Фнслера (Finsler P.), Фризеке (Friesecke H.V.), Бервальда (Berwald L.), Бортолотти (Bortolotti E.), Миками (Mikami M.), Рунда (Rund L.), Кавагучи (Kawaguchi T.), Вагнера В.В., Лаптева Б.Л., Такано (Takano V.), Мисра (Misra R.) и Мишра (Michra R.), Вуянвик (Vujanvic B.D.), Мацумото (Matsumotoo M.), Икеда (Ikeda S.), Остиану Н. М., Рыжкова В.В. и Швейкина П.И., Евтушика Л.Е., Близникаса В. И., Виноградова А.М., Красильщика И.С., Лычагина В.В.* и др.

Геометрическую интерпретацию ряда физических, систем проводили *Вагнер В.В., Гохман А., Дойл (Doyle T.) и Эриксен (Ericksen J.), Ингарден (Ingarden G.), Леннеп (Lennep J.), Ллойд-Эванс (Lloyd-Evans D.), Вуянвик (Vujanvic B.), Блевлер Конрад (Blevler Konrad)* и др.

В заключение приведем оценку данного научного направления американским математиком *Р.Германом (R.Hermann)* [26, с.47]: *"…я твердо верю в дальнейший прогресс этих исследований. Методы дифференциальной геометрии настолько интересны и глубоки, что они должны привести к лучшему пониманию разнообразных нелинейных явлений…*

Разрабатывая эту тему, я делаю упор на дифференциально-групповую структуру предмета, что я надеюсь, открывает еще более обширные возможности…

Я думаю [26, с.68], *однако, что предмет открывает невиданные возможности для приложения методов современной математики к важнейшим областям естественных наук и техники…*

Конечно, у меня нет желания высказать себя наивным шовинистом - наука была и будет оставаться интернациональной, насколько это возможно - однако в ней существуют национальные особенности и различия… Я думаю, что тема достаточно богата для того, чтобы обеспечить бурный рост, если создать достаточно плодотворную почву. Мы видим здесь классический пример новой математики и физики…"

ЛИТЕРАТУРА

1.*Андреев Э.П.* Пространство микромира (философский очерк).- М.: Наука, 1969, с.42.

2.*Близникас В. И.* Линейные дифференциально-геометрические связности высшего порядка в пространстве опорных элементов//Известия высших учебных заведений. Математика, 1966, № 5 (54), с. 13 - 24.

3.*Вагнер В. В.* Геометрия Финслера как теория поля локальных гиперповерхностей в X_n //Тр. семинара по векторному и тензорному анализу, 1949. вып. УП, с. 65 - 167.

4.*Виноградов А. М., Красильщик И.С., Лычагин В.В.* Введние в геометрию нелинейных дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1986. 335 с.

5.*Виноградов А. М.* Геометрия нелинейных дифференциальных уравнений//Проблемы геометрии. Итоги науки и техники. –ВИНИТИ АН СССР, 1980, т. 11, с. 89 - 134.

6.*Гейзенберг В.* Введение в единую полевую теорию элементарных частиц. Под ред. Д. Иваненко. Перевод с анг. М.: Наука, 1968, 239 с.

7.*Глазнев В.Н., Сулейманов Ш.* Газодинамические параметры слабонедорасширенных свободных струй. – Новосибирск: Наука, 1980, 122 с.

8.*Евтушик Л. Е.* О нелинейных связностях // Успехи математических наук, 1962, т. 17, № 2, с.195 - 197.

9.*Евтушик Л. Е.* Нелинейные связности высших порядков //Известия высших учебных заведений.Математика,1969, № 2, с. 32 - 44.

10.*Евтушик Л. Е.* Нелинейные связности в метрических пространствах высшего порядка//Известия высших учебных заведений. Математика, 1970, № I (92), с. 48 – 60.

11.*Евтушик Л.Е.* Нелинейные m^p - связности в главных расслоениях//Математические заметки,1972, т. II, № 3,с. 341 - 351.

12.*Евтущик Л.Е.* Нелинейные $(n - 1)\,p$ - связности в метрических пространствах Картана высших порядков //Математические заметки, 197 2, т, II, с. 447 - 457.

13.*Евтушик Л.Е.* О голономии нелинейных связностей и связностях в псевдогрупповых или однородных расслоениях//Сибирский математический журнал,т.14,1973, № 3, с. 536 - 548

14.Известие вузов СССР. Физика (сильновозбужденные состояния в твердых телах). Тематический выпуск под редакции В.Е. Панина, №1, 1987, 120 с.

15.*Лаптев Б. Л.* Ковариантный дифференциал в теории дифференциальных инвариантов в пространстве тензорных опорных элементов //Ученые записки Казанского гос. ун-та.-Казань: Казанский гос. ун-т, 1958, т. 118, кн.4, с. 75 -147.

16.*Лаптев Б. Л.*. Пространство опорных элементов//Труды 4-го Всесоюзного математического съезда. -Л.: Наука,1964, т. 2, с. 221 --226.

17.*Лаптев Б. Л.*. Дифференциальные инварианты пространства тензорных опорных элементов аффинной связности//Ученые записки Казанского гос. ун-та.-Казань: Казанский гос. ун-т, 1966, т.116, кн.I, с.10.

18. Лейбниц. Новые опыты о человеческом разуме. М.- Л.: 1935, с.133.

19. *Мак-Коннел А. Дж.* Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике. -М.: Физматгиз,1963,412 с.

20.*Мелюхин С.Т.* Философские проблемы современной физики. – М.: Знание, 1966, с.28.

21.Нелинейные волны. Под ред. С.Лейбовича и А.Сибаса. Перевод с англ. Под ред. *А.В.Гапонова и Л.А.Островского*. – М.: Мир, 1977, 320 с.

22.*Окунь Л. Б.* Слабое взаимодействие элементарных частиц.- М.: ФМЛ, 1963, с. 42

23.*Рашевский П. К.* Риманова геометрия и тензорный анализ. 3-е изд. -М.: Наука, 1967.

24.*Родичев В. И.* Пространство с кручением и нелинейные уравнения поля //ЖЭТФ, 1961, т. 40, вып.5, с. 1469 - 1472.

25.*Рунд Х.* Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. Перевод с анг. под ред. Э. Г. Поздняка. -М.: Наука,1981, 503 с.

26. Солитоны в действии. Под ред, К. Лонгрена и Э. Скотта. Перевод с анг, под ред. А.В. Гапонова-Грехова и Л. А. Островского.-М.: Мир, 1981, 312 с.

27.*Сурина Н. Н.* Нелинейные $(п - I)^P$ - связности в главном расслоении линейных реперов//ВИНИТИ АН СССР, № 845-75 Деп., -Смоленск: 1975, 20 с.

28.*Сурина Н. Н.* Нелинейные связности второго порядка в главном расслоении проективных реперов//ВИНИТИ АН СССР, № 7579-73 Деп. -Смоленск,1973, 17 с.

29.*Фиников С. П.* Метод внешних форм Картана в дифференциальной геометрии. Теория совместимости систем дифференциальных уравнений в полных дифференциалах и в частных производных. - М.: TTJI, 1948, 432 с.

30. *Цянь Сюэ-Сэнь.* Метод Пуанкаре-Лайтхилла-Го//Проблемы механики. Под. общей ред. Х. Драйдена и Т. Кармана. Перевод с анг. -М.: ИЛ., 1959, с. 63 -115.

31.*Berwald L.* Untersuchung der Krummung allgemeiner metrischer Raume auf grund des in ihnen herrschenden Parallelismus//Math. Zeit., 1926, Vol.25, pp. 40 - 73.

32.*Bleuler Konrad.* Differential geometrical methode in various domains of theoretical physics//Reports on mathematical physics,Vol.12, № 3, 1977, pp. 395 - 4o5.

33.*Bortolotti E.* Differential invariants of direction and point displacements //Ann. Math., Vol.32, ser. 2, 1931, pp. 361-377.

34.*Bown A.* Geometry of Spinors//Journal of mathematical analysis and applications, Vol. 25, 1969, pp. 537 - 555.

35.*Burgers J. M.* A mathematical model illustrating the theory of turbulence//Adv. Appl. Mech.,Vol. 1, 1948, p.171.

36.*Dodd R., Filbeck J., Gibbon J., Morris H.* Soliton and Non-linear Wave Equations. London: 1982, p. 630.

37.*Friesecke H.* Vektorubertragung, Richtungsubertragung, Metrik//Liath. Ann., B. 94, 1925, pp. 101 - 118.

38.*Hayashi K.* Gauge Theories of massive and massless tensor fields//Progress of Theoretical Physics, Vol. 39, № 2, 1968, pp. 494 - 516.

39.*Ikeda S.* Some physico-geometrical remarks on the theory of fields in higher-order spaces //Lettere al Nuovo Cimento, Vol. 21, № 1, 1978, pp. 493 - 496.

40.*Ikeda S.* Some constructive comments on the theory of fields in Finsler spaces//Lettere al Nuovo Cimento,Vol.21, № 16, 1978, pp. 567 - 571.

41.*Ikeda S.* Some structurological remarks on the theory of fields in Finsler spaces//Lettere al Nuovo Cimento, Vol. 23, № 12, 1978, pp. 449 - 454.

42.*Ingarden R.* Differential geometry and physics//Tensor, N. S., Vol. 30, 1976, pp. 201 - 206.

43.*Cole J. D.* On a quasilinear parabolic equation occurring in aerodynamics//Quart App. Math. 9, 1951, pp. 225 - 236.

44.*Hopf E.* The partial differential equation $U_t+UU_x=\mu U_{xx}$// Comm. Pure Appl., Math., № 3 1950, pp. 201-230.

45.*Kawaguchi A.* On the application of Finsler geometry to engineering dynamical systems//Periodica Mathematica Hungarica, Vol. 8, 1977, pp. 281 - 289.

46.*Kawaguchi A.* On the theory of non-linear connections. I. Introduction to the theory of non-linear conneclions//Tensor. N. S.,Vol. 2, 1952. pp. 123 - 142.

47.*Kawaguchi A.* On the theory of non-linear connections// Convegno Int. Geometria differensiale, Italia, Roma, 1954, pp. 27- 32.

48.*Kawaguchi A.* On the theory of non-linear connections. II. Theory of Minkowski space and of non-linear connections in a Finsler space//Tensor, Vol. 6, № 3, 1956, pp. 165 - 199.

49.*Lennep A. W.* A unified field Theory//Proc. kon. ned. akad. wetensch. mathematics, Vol. A79, № 2, 1976, pp. 154 - 165.

50.*Lloyd-Evans D.J.R.* Geometry and Quantization//International Journal of Theoretical Physics, Vol. 15, № 6,1976, pp. 427 -451.

51.*Matsumoto* M. Theory of non-linear connections from the standpoint of Finsler connections//Tensor, N. S.,Vol. 28, 1974, pp. 69 - 77.

52.*Mikami M.* On the theory of non-linear direction displacements//Jap. Jour. of Math. ,Vol. 17, 1941, pp. 541-568.

53.*Misra R. B.* and Mishra R. S. Curvature Tensor arising form non-linear connections in a Finsler, space//Bulletin de L'Academie polonaise des sciences. Scrie des sciences math., math., astr. et phys., Vol. 17, № 11, 1969, pp. 754 - 760.

54.*Rund H.* Die Hamiltonsche Funktion bei allgemeinen dynamlschen Systemen//Arch- Math., Vol. 3, 1952, pp. 207 - 215.

55.*Rund H.* On the geometry of generalised metric spaces. Convegno internazionale di geometria differenziale, Italia, 1953, Roma, E d. Cremonese, 1954, pp. 114 – 121.

56.*Rund H.* Some remarks concerning the theory of non-linear connections// Proc. Koninkl. nederl. akad. wetensch, 1958, A 61, № 3, pp. 341 - 347.

57.*Rund H.* The Hamilton-Jacobi theory in the calculus of variations. London, N.Y.: D, Van Nostrand, 1966.

58.*Rund H.* Clebsch potentials and variational principles in the theory of dynamical systems//Arch. Rational Mech. Analysis, Vol. 65, 1977, pp. 3o5 - 344.

59.*Rund H.* Uber allgemeine nicht-holonome und dissipative Systeme //Bericht von der Riemann-Tagung des Forschungsinstituts fur Mathematik, Berlin, 1957, pp. 269 - 279.

60.*Rund H.* Application des methodes de la geometrie metrique generalisee a la dynamique theorique//Geometrie differentielle Coll. int. Centre nat. Recherche scient. Stracbourg, C. N. R. Paris: 1953, pp. 41 - 51.

61.*Rund H.* Hamilton formalism in relativistic field theories.//In: Perspectives in Geometry and Relativity. University of Indiana Press, 1966, pp. 328 - 339.

62.*Rund H.* The sealer form of Jacobi's equations in the calculus of variations//Ann. Math. Pura Appl., Vol. 35, № 4, 1953, pp. 183 – 202.

63.*Takano J.* Theory of fields in Finsler spases. I.//Progress of Theoretical physics,Vol.40, № 5, 1968, pp. 1159 – 1180.

Ключевые слова*: нелинейность, связности, пространства, спиноры, непротиворечивость, ковариантность.*

Севрюк Владимир Петрович

К ЕДИНОЙ ПОЛЕВОЙ ТЕОРИИ МАТЕРИИ

Приморский институт железнодорожного транспорта – филиал Дальневосточного государственного университета путей сообщения в г. Уссурийске, Россия, anna_svr@mail.ru

Познание окружающего нас мира во все времена прямо или косвенно связаны с процессом систематизации получаемых знаний, поиска первопричин динамики развития процессов, установления фундаментальных принципов и единой основополагающей связи. В этой связи отметим, что еще в свои далекие годы Михаил Васильевич Ломоносов утверждал: «*природа проста и не роскошествует излишними причинами*». Подобное утверждал и Готфрид Вильгельм Лейбниц: «*природа щедра в своих действиях и бережлива в причинах*».

В этом плане в последние годы отмечается повышенный интерес к теориям и всевозможным моделям физической картины мира, в основе которых функционирует одна первопричина - единое поле (первичная праматерия).

Исследователи, разрабатывающие теории и модели физической картины мира с минимальным числом полей (одним полем), исходят из философского утверждения, что основу окружающего нас мира составляет единая субстанция — материя.

Но хорошо известные, например, электромагнитные и гравитационные поля не могут выступать в качестве первичной праматерии, так как они характеризуют только одну сторону материи.

На современном этапе для описания материи используются 4 компонентное (каноническое) и 3 – компонентное (унитарное) спинорные поля. Объясняется это тем, что кванты спинорного поля являются «вращающимися» частицами (спинор - это английское слово, означающее «вертеть»). Из «вращающихся» частиц можно образовать «невращающиеся» и другие «вращающиеся» частицы. Из «невращающихся» частиц «вращающиеся» частицы образовать нельзя (наличие кавычек означает, что данные термины взяты из классической физики, которая не распространяется на микромир).

Чтобы иметь динамику, материя должна взаимодействовать. Материя может взаимодействовать только сама с собою (самовоздействие), так как ей больше не с чем взаимодействовать - она едина. Значит, теория единого поля материи должна быть нелинейной. Нелинейность характеризует взаимодействие поля самого с собою.

Нелинейная квантовая теория 4-компонентного спинорного поля с обобщением на кручение, динамика в которой определяется самовоздействием, есть единая теория Гейзенберга - Родичева.

В физике отсутствует теория, которая бы рассматривала фундаментальные взаимодействия (слабые, гравитационные, электромагнитные и сильные) с единой точки зрения, точнее, еще не введено разумные образом универсальное взаимодействие, из которого следовали бы данные фундаментальные взаимодействия.

Если бы такая теория существовала, то она имела бы большую практическую значимость. Выгода от данной теории была бы намного больше, чем та, которую человечество получило от практической реализации теории электромагнетизма – единства электричества и магнетизма. Мы бы видели, например, пути трансмутаций энергии сильных и электромагнитных взаимодействий в гравитацию (или наоборот), что способствовало бы усилению гравитационного поля (или его ослаблению). Это, скажем, ускорило бы освоение космоса, привело бы к созданию гравитационного лазера.

Таким образом, развитие теории единого поля диктуется и практической необходимостью. Теория Гейзенберга — Родичева является попыткой в этом плане исследований. На роль универсального взаимодействия выступает нелинейное взаимодействие единого спинора.

И другая проблема существует. Массы элементарных частиц (электрона, протона, нейтрона, мезонов, гиперонов и т.д.) получают на основе эксперимента. Хотелось бы массы частиц получить теоретически, например, путем квантовая первичного поля (праматерию).

В последние годы начала интенсивно развиваться исключительно продуктивная, позволяющая извлекать большую информацию о микромире, модель «кварков» (Гелл-Манн, Г.Цвейг), построенная теоретико-групповым методом изучения свойств симметрии элементарных частиц и их взаимодействий, в основу данной модели положено единое унитарное 3-компонентное спинорное (кварковое) поле, преобразующееся по фундаментальному представлению унитарной группы. Данная модель отвечает философской категория единства, поскольку у ее создателей имеется стремление считать, что все то, что нас окружает, состоит из ограниченного числа гипотетических частиц-кварков (термин «кварк» подчеркивает необычность тех свойств частиц, которыми они наделены, например, дробностью электрического заряда).

Теория единого поля Гейзенберга - Родичева и модель «кварков» на первом этапе их развития имели недочеты. Для них отсутствовала ковариантная форма представления. А это означало, что они не содержали составляющие метрического тензора, который ассоциировался с гравитацией. Значит, теория Гейзенберга - Родичева и модель «кварков» не единые теории, так как из их рассмотрения выпадает гравитационное взаимодействие. Если все-таки изложить теорию Гейзенберга - Родичева в ковариантной форме, то кроме спинорного поля, которое постулируется

единым, начинает функционировать другое поле, гравитационное. Имеем, таким образом, теорию, которая охватывает и гравитацию, но уже не единого поля, поскольку таковых присутствует два: спинорное поле и поле гравитационное. В этой связи Иваненко Д. Д. во вступительной статье сб. переводов «Нелинейная квантовая теория поля» (-М.: ИЛ, 1959) писал, что «*…вопрос о гравитации ‹…› в рамках единой нелинейной спинорной теории материи еще не проанализирован достаточно полно ‹…› мы можем записать кинематическую часть спинорного уравнения в ковариантной форме, вводя тем самым взаимодействие с гравитацией ‹…› Нетрудно также записать добавочный нелинейный член в общековариантном виде. Однако таким путем мы несколько теряем базу единой теории, поскольку здесь вводятся два поля (ψ и* $g^{\alpha\beta}$*)*”.

Данный недочет имеет более глубокие логические корни. Выше мы указали, что теория Гейзенберга - Родичева записана с обобщением на кручение пространства внутренних степеней свободы. Метрика искривленного пространства никак не должна получаться из данной теории. Но, если найти энергию спинорного поля и самовоздействия, то, согласно современной теории гравитации, мы получаем метрику искривленного пространства и гравитацию. Получается противоречие, поскольку исходная теория не представлена в ковариантной форме. Данное противоречие присуще и другим теориям физики. Например, электродинамику записываем в евклидовом пространстве. Однако, найдя энергию обычными приемами, мы придем к метрике искривленного пространства, к связностям, к ковариантным производным, к теории, которая должна записана быть в искривленном пространстве.

Данное противоречие нельзя объяснить малостью гравитационного взаимодействия, здесь имеется явная математическая некорректность.

Констатируем, что теория единого поля Гейзенберга - Родичева не ассоциируется ни с пространством Эвклида и ни с пространством Римана. Она ассоциируется с более обобщенными пространствами.

Чтобы непротиворечиво ввести метрику искривленного пространства в теорию единого поля, необходимо перейти к расслоенным пространствам. Объясняется это тем, что метрика данного пространства зависит от дифференциально-геометрического объекта. Спиноры также являются дифференциально–геометрическими объектами. Если мы построим дифференциально-геометрический объект, от которого зависит метрика, через спиноры, тогда противоречия не будет. Поле метрического тензора не будет полем посторонним, так как оно зависит от спиноров. Геометрии расслоенных пространств вводят нелинейные связности.

В послесловии к книге Г. Тредера «Теория гравитации и принцип эквивалентности» (Атомиздат, 1973 г.) на стр. 161 Д. Д. Иваненко фактически ставит задачу по ликвидации возникшего противоречия, связанной с потерей единства: «*...заманчиво построить метрические... или гравитационное поле из фундаментального нелинейного праспинора...*».

Задача сформулирована не совсем корректно. Строить *метрическое… или гравитационное поле из фундаментального нелинейного праспинора* математически не совсем корректно. На самом деле на основе спинорного поля строится дифференциально-геометрический объект дифференциально-геометрического элемента, от которого зависят составляющие метрического тензора, коэффициенты связностей, переносы дифференциально-геометрических объектов, тензоры кривизны. Данная задача математически строго нами была решена еще в 1969 году. Нами построена непротиворечивая, динамическая и ковариантная теория единого спинорного поля, метрический тензор в которой являлся функцией фундаментального спинора (*праспинора*) или кваркового поля. Задача решена с привлечением геометрий расслоенных пространств. В рамках геометрии Римана непротиворечивую теорию единого поля материи построить нельзя.

Ковариантная теория единого поля с самого начала строится нелинейной, что делает ее исключительно эффективной. Очевидна динамика. Динамика в теории единого поля заложена в самовоздействии, что отражено нелинейными членами, входящими в уравнения. Нелинейных членов два типа: одни изменяются по тензорному закону (кручение), другие же – не по тензорному закону (метрическая часть. Эти члены могут быть введены компенсационным способом). Переносы дифференциально-геометрических объектов включают в себя самопереносы спиноров. Нелинейный аспект теории сохраняет основы теории единого поля при наличии динамики и ковариантной формы. Поскольку в теорию единого поля введена, непротиворечивым образом метрика, то теория единого поля содержит все многообразие физико-геометрических эффектов, связанных с метрикой. При квантовании праматерии должно быть введено две массы элементарных частиц: одна масса является следствием нелинейных взаимодействий, связанных с кручением пространства (масса Гейзенберга), а другая - следствием нелинейных взаимодействий, связанных с искривлением пространства. Суммарная масса должна быть эквивалентна наблюдаемой массе элементарной частицы, полученной экспериментально.

Привлечение геометрий расслоенных пространств позволяет построить теорию единого поля, в основу которой кладется единое тензорное поле более высокого ранга.

Окончательный вывод состоит в том, что построение непротиворечивой, ковариантной и динамической теории единого поля материи есть важная ступень в процессе систематизации полученных знаний, выяснения единства и нахождения первопричины динамики развития физических процессов. Просматривается корректное место геометрии - геометрии расслоенных пространств, как мощного математического метода познания окружающего нас мира.

Петровская академия наук и искусств
www.pan-i.ru

Президент ПАНИ
Майборода Леонид Александрович

Отделение социальных технологий и общественной безопасности
www.osbpani.spb.ru

Академик-секретарь ОСБ ПАНИ
Чигирев Виктор Анатольевич

Институт образования взрослых ПАНИ
www.cisedu.spb.ru

Вице-президент ПАНИ
Директор ИОВ ПАНИ
Юнацкевич Петр Иванович

Herald of the institute of the formation of the adult of the Petrovskiy Academy of Sciences and Arts of № 2 dated January 31, 2010/the series: theory and the procedure of professional instruction and training of adult. - St. Petersburg: IFA PASA, 2010. - 34 s.

Вестник Института образования взрослых Петровской академии наук и искусств № 2 от 31 января 2010 года / Серия: теория и методика профессионального обучения и воспитания взрослых. – СПб.: ИОВ ПАНИ, 2010. – 34 с.

Главный редактор Вестника образования взрослых Петровской академии наук и искусств Петр Иванович Юнацкевич, доктор педагогических наук, академик ПАНИ, вице-президент ПАНИ, директор ИОВ ПАНИ
E-mail: peter999@mail.ru

ISBN 5-7199-0258-9

Тираж 900 экз.
Издательство Петровской академии наук и искусств
Подписано в печать 31 января 2010 года
Формат 60x80 1/8
П.л. 2 Б.кн.-журнал. Заказ № 2
194021, Санкт-Петербург, ул. Карбышева, д.7